

Contradicciones y paradojas

José Ángel Cid

Diario Jaén, 20 de Marzo de 2014



José Ángel Cid
Departamento de Matemáticas de la Universidad de Vigo



EL RINCÓN MATEMÁTICO

Contradicciones y paradojas

El último premio Nobel de Economía ha sido otorgado a dos autores que defienden teorías contrarias: E. Fama defiende la hipótesis de la racionalidad de los mercados que sirve para justificar políticas neoliberales de desregulación, mientras que R. Shiller afirma que el comportamiento de los mercados no es en absoluto eficiente y por lo tanto necesitan ser regulados por las autoridades competentes. Premiar teorías opuestas sin decantarse por ninguna pone de manifiesto una característica de las ciencias sociales, y de la política, que no están permitidas en las Matemáticas: las contradicciones.

En Matemáticas se evitan las contradicciones porque un principio lógico, que se remonta a Aristóteles, establece que “a partir de una contradicción puede demostrarse cualquier cosa”. Bertrand Russell fue retado por un alumno a demostrar que si $1=2$ entonces él era el Papa. Ésta fue la elegante respuesta de Russell: “Yo y el Papa somos dos. Pero dos es igual a uno. Luego yo y el Papa somos uno, es decir, yo soy el Papa”. Por este motivo cuando una contradicción aparece en el edificio de las Matemáticas se produce un terremoto que sacude sus cimientos y obliga a reformar su estructura. Piense el lector por ejemplo en la paradoja del barbero, debida al propio Russell: supongamos que existe un barbero que afeita a todas las personas, y solo a aquellas, que no se afeitan a sí mismas. ¿Quién afeita al barbero? Resulta que el barbero se afeita a sí mismo si y solamente si no se afeita a sí mismo, una contradicción que puso en tela de juicio toda la teoría de conjuntos y que obligó a refundarla sobre unas bases más sólidas. Otras veces las contradicciones que aparecen son solo aparentes y se llaman paradojas, porque contradicen nuestra intuición pero son válidas desde el punto de vista lógico. Por ejemplo, la paradoja de Banach-Tarski establece que es posible descomponer una esfera en cinco piezas que se pueden ensamblar para obtener dos esferas idénticas a la original, duplicando de este modo su volumen. También los objetos geométricos conocidos como “fractales” poseen habitualmente propiedades paradójicas, como el copo de nieve de Von Koch, una curva de longitud infinita que encierra un área finita, o la esponja de Menger, un sólido que tiene volumen cero y área superficial infinita.

Para colaborar en esta sección, contactar con el Departamento de Matemáticas, en la dirección iqjesada@ujaen.es

El último premio Nobel de Economía ha sido otorgado a dos autores que defienden teorías contrarias: E. Fama defiende la hipótesis de la racionalidad de los mercados que sirve para justificar políticas neoliberales de desregulación, mientras que R. Shiller afirma que el comportamiento de los mercados no es en absoluto eficiente y por lo tanto necesitan ser regulados por las autoridades competentes. Premiar teorías opuestas sin decantarse por ninguna pone de manifiesto una característica de las ciencias sociales, y de la política, que no están permitidas en las Matemáticas: las contradicciones.

En Matemáticas se evitan las contradicciones porque un principio lógico, que se remonta a Aristóteles, establece que “a partir de una contradicción puede demostrarse cualquier cosa”. Bertrand Russell fue retado por un alumno a demostrar que si $1=2$ entonces él era el Papa. Ésta fue la elegante respuesta de Russell: “Yo y el Papa somos dos. Pero dos es igual a uno. Luego yo y el Papa somos uno, es decir, yo soy el Papa”. Por este motivo cuando una contradicción aparece en el edificio de las Matemáticas se produce un terremoto que sacude sus cimientos y obliga a reformar su

estructura. Piense el lector por ejemplo en la paradoja del barbero, debida al propio Russell: supongamos que existe un barbero que afeita a todas las personas, y solo a aquellas, que no se afeitan a si mismas. ¿Quién afeita al barbero? Resulta que el barbero se afeita a si mismo si y solamente si no se afeita a si mismo, una contradicción que puso en tela de juicio toda la teoría de conjuntos y que obligó a refundarla sobre unas bases más sólidas. Otras veces las contradicciones que aparecen son solo aparentes y se llaman paradojas, porque contradicen nuestra intuición pero son válidas desde el punto de vista lógico. Por ejemplo, la paradoja de Banach-Tarski establece que es posible descomponer una esfera en cinco piezas que se pueden ensamblar para obtener dos esferas idénticas a la original, duplicando de este modo su volumen. También los objetos geométricos conocidos como “fractales” poseen habitualmente propiedades paradójicas, como el copo de nieve de Von Koch, una curva de longitud infinita que encierra un área finita, o la esponja de Menger, un sólido que tiene volumen cero y área superficial infinita.

Para saber más:

- El Nobel premia teorías contradictorias sobre mercados financieros y los precios, El País, 14/10/2013.
- Información para el público sobre el Premio Nobel de Economía 2013. Disponible en http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/2013/popular-economicsciences2013.pdf
- Wikipedia, Russel's paradox
- Wikipedia, The Banach-Tarski paradox
- Wikipedia, Koch snowflake
- Wikipedia, Menger sponge