¿Cuál es el dígito más probable?

José Ángel Cid

Diario Jaén, 20 de enero de 2011

EL RINCÓN MATEMÁTICO

¿Cuál es el dígito más probable?

José Ángel Cid Araujo
Departamento de Matemáticas de la Universidad de Jaén

En 1938, el físico Frank Benford observó que en multitud de datos numéricos procedentes del mundo real (como por ejemplo, áreas de ríos, estadísticas de béisbol o números extraídos del periódico) el 1 aparece como primer dígito con mucha más frecuencia que el 2, el 2 con más frecuencia que el 3, y así hasta llegar al 9 que resulta ser el menos frecuente. Puede usted hacer la prueba consultando por ejemplo la población de los 97 municipios jiennenses: según los datos del INE el 1 aparece como primer dígito un 28.9 % y el 2 un 19.6%, mientras que el 9 aparece solo un 3.1%.

Este hecho resulta bastante sorprendente, porque uno esperaría que cualquier cifra del 1 al 9 apareciese como primer dígito con la misma probabilidad, es decir 1/9 = 11. 1%. Sin embargo, la ley de Benford establece que la frecuencia como primer dígito de la cifra “d” es igual al logaritmo decimal de 1+1/d. Esta fórmula proporciona para el 1 una frecuencia teórica del 30.1 %, para el 2 del 17.6% y así hasta el 9 cuya frecuencia es de solo 4.6%. En realidad la ley de Benford ya había sido propuesta en 1881 por el astrónomo y matemático Simon Newcomb, quién había descubierto la ley observando que sus tablas de logaritmos (el equivalente a las modernas calculadoras) estaban mucho más desgastadas en las primeras páginas que en las últimas.

No obstante debe quedar claro que no todas las listas de números siguen la ley de Benford. Usted no puede sacar provecho de esta ley para aumentar sus probabilidades de ganar a la lotería: los números de lotería son totalmente aleatorios y su primer dígito se distribuye con una frecuencia de 1/9 entre cada cifra del 1 al 9. Tampoco la lista de los números de teléfono de su agenda sigue la ley de Benford, porque estos números se asignan siguiendo un código (los fijos empiezan por 9 y los móviles por 6). Para que una lista de números cumpla la ley de Benford tiene que generarse mediante un proceso que no sea totalmente aleatorio ni tampoco totalmente determinado. Por ejemplo, se sabe que los datos que aparecen en las declaraciones fiscales se ajustan con bastante precisión a la ley de Benford. Este hecho se utiliza en algunos países para detectar el fraude fiscal: si una declaración no sigue la ley de Bendford es sospechosa de fraude y entonces se analiza exhaustivamente.

En 1938 el físico Frank Benford observó que en multitud de datos numéricos procedentes del mundo real (como por ejemplo, áreas de ríos, estadísticas de béisbol o números extraídos del periódico) el 1 aparece como primer dígito con mucha más frecuencia que el 2, el 2 con más frecuencia que el 3, y así hasta llegar al 9 que resulta ser el menos frecuente. Puede usted hacer la prueba consultando por ejemplo la población de los 97 municipios jiennenses: según los datos del INE el 1 aparece como primer dígito un 28.9 % y el 2 un 19.6 %, mientras que el 9 aparece solo un 3.1 %.

Este hecho resulta bastante sorprendente, porque uno esperaría que cualquier cifra del 1 al 9 apareciese como primer dígito con la misma probabilidad, es decir $1/9 = 11.\ 1\%$. Sin embargo, la ley de Benford establece que la frecuencia como primer dígito de la cifra “d” es igual al logaritmo decimal de $1+1/d$. Esta fórmula proporciona para el 1 una frecuencia teórica del 30.1 %, para el 2 del 17.6 % y así hasta el 9 cuya frecuencia es de solo 4.6 %. En realidad la ley de Benford ya había sido propuesta en 1881 por el astrónomo y matemático Simon Newcomb, quién había descubierto la ley observando que sus tablas de logaritmos (el equivalente a las modernas calculadoras) estaban mucho más desgastadas en las primeras páginas que en las últimas.

No obstante debe quedar claro que no todas las listas de números siguen la ley de Benford. Usted no puede sacar provecho de esta ley para aumentar sus probabilidades de ganar a la lotería: los números de lotería son totalmente aleatorios y su primer dígito se distribuye con una frecuencia de 1/9 entre cada cifra del 1 al 9. Tampoco la lista de los números de teléfono de su agenda sigue la ley de Benford, porque estos números se asignan siguiendo un código (los fijos empiezan por 9 y los móviles por 6). Para que una lista de números cumpla la ley de Benford tiene que generarse mediante un proceso que no sea totalmente aleatorio ni tampoco totalmente determinado. Por ejemplo, se sabe que los datos que aparecen en las declaraciones fiscales se ajustan con bastante precisión a la ley de Benford. Este hecho se utiliza en algunos países para detectar el fraude fiscal: si una declaración no sigue la ley de Bendford es sospechosa de fraude y entonces se analiza exhaustivamente.

Para saber más:

- Bibliografía online sobre la ley de Bendford: `http://www.benfordonline.net/`
- L. Mlodinow, El andar del borracho, Crítica, 2008.
- K. A. Ross, *Benford's Law, a growth industry*, aparecerá en American Mathematical Monthly.
- I. Stewart, La cuadratura del cuadrado, Crítica, 2009.